Chapter: 1 Relations and Functions सम्बन्ध एवं फलन

बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQ)

1 Marks Question:-

1. If A={1,2,3,4} and R be a relation defined on A as R={(1,2) (2,1), (3,4), (4,3)} then R is –

यदि A={1,2,3,4}और R समुच्चय A पर R={(1,2), (2,1), (3,4), (4,3)}परिभाषित एक संबंध है तो R है–

(a) Reflexive / स्वतुल्य
(b) Symmetric / सममित
(c) Transitive / संक्रामक
(d) None of them / इनमें से कोई नहीं।

2. A relation R in a set A is said to be an equivalence relation if and only if–

एक संबंध R किसी समुच्चय A पर तुल्यता संबंध कहलाता है, यदि और केवल यदि–

(a) Only Reflexive / केवल स्वतुल्य
(b) Only Symmetric / केवल सममित
(c) Only Transitive / केवल संक्रामक
(d) All of them ie, Reflexive, Symmetric and Transitive उपरोक्त सभी। अर्थात् स्वतुल्य, सममित एवं संक्रामक

3. A relation R in a set A is a subset of–

किसी समुच्चय A पर एक संबंध R उपसमुच्चय है–

(a) Set A / समुच्चय A का।
(b) Cartesian product of A ie, AxA / कार्तीय गुणन AxA का
(c) ϕ / ϕ
(d) None of them / इनमें से कोई नहीं।

4. If A={1,2,3,4} and R be a relation defined on A as R={(2,2), (3,3), (1,2), (2,1)} then R is–

यदि A={1,2,3,4} तथा R समुच्चय A पर परिभाषित एक संबंध R={(2,2), (3,3), (1,2), (2,1)} है तो R है–

(a) Reflexive / स्वतुल्य
(b) Symmetric / सममित
(c) Transitive / संक्रामक
(d) None of them / इनमें से कोई नहीं।

5. If $A = \{x \in z: 0 \le x \le 6\}$ then A is–

यदि $A = \{x \in z: 0 \le x \le 6\}$ तो A है–

(a) {1, 2, 3}
(b) {0, 2, 4, 6}
(c) {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}
(d) None of them / इनमें से कोई नहीं।

6. If $A = \{x \in \mathbf{Z} : 2 \le x \le 6\}$ then A is–

यदि $A = \{x \in \mathbf{Z} : 2 \le x \le 6\}$ तो A है–

(a) {2,4,6}
(b) {2,3,4,5,6}
(c) ϕ
(d) {3,5}

7. If f : R → R, given by f(x) = 4x+3 then f^{-1} (f inverse) is–

यदि f : R → R, में परिभाषित फलन f(x) = 4x+3 है तो f^{-1} है–

(a) $f^{-1}(x) = \frac{x-3}{4}$
(b) $f^{-1}(x)$ does not exist / $f^{-1}(x)$ प्राप्त नहीं हैं।
(c) $f^{-1}(x) = \frac{x-4}{3}$
(d) None of them /इनमें से कोई नहीं।

8. If f : R → R be a function such that f(x) = 2x+1, then inverse of f ie, f^{-1} is –

यदि f : R → R में परिभाषित एक फलन f(x) = 2x+1 है, तो f^{-1} है। –

(a) $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$
(b) $f^{-1}(x) = \frac{x-2}{3}$
(c) $f^{-1}(x)$ does not exist / $f^{-1}(x)$ प्राप्त नहीं होता है।
(d) None of them / इनमें से कोई नहीं।

9. If $f(x) = \sin^2 x$ and g(x) = x then (fog) (x) is–

यदि $f(x) = \sin^2 x$ और g(x) = x हैं तो (fog) (x) है–

(a) sin x
(b) $\sin^2 x$
(c) $\sin x^2$
(d) None of them / इनमें से काई नहीं।

10. If f(x) = sin x and $g(x) = x^2$ then (fog) is–

यदि f(x) = sin x और $g(x) = x^2$ है तो (fog) हैं।–

(a) sin x
(b) $\sin x^2$
(c) $\sin^2 x$
(d) None of them / इनमें से काई नहीं।

© JCERT not to be republished

11. **If $f(x) = e^x$ and $g(x) = \log x$ then (gof) is –**

यदि $f(x) = e^x$ और $g(x) = \log x$ है तो (gof) हैं।–

(a) $e^{\log x}$

(b) $\log e^x$

(c) $\log x.e^x$

(d) None of them / इनमें से काई नहीं।

12. **If $f(x) = \log x$ and $g(x) = \sin x$ then (gof) is–**

यदि $f(x) = \log x$ और $g(x) = \sin x$ है तो (gof) हैं।–

(a) $\sin(\log x)$

(b) $\log(\sin x)$

(c) $\log x.\sin x$

(d) None of them / इनमें से काई नहीं।

13. **If binary operation '*' is defined as a*b = ab+1 then 2*4 is equal to–**

यदि एक द्विआधारी संक्रिया *, a*b = ab+1 द्वारा परिभाषित है तो 2*4 का मान है।–

(a) 9

(b) 7

(c) 6

(d) 1

14. **A Binary operation 'o' is defined as $aob = \frac{(ab)^2}{2}$ then 1o4 is equal to –**

एक द्विआधारी संक्रिया 'o', $aob = \frac{(ab)^2}{2}$ द्वारा परिभाषित है तो 1o4 का मान हैं।–

(a) 8

(b) 4

(c) 2

(d) 16

15. **If $f : R \to R$ be a function defined by $f(x) = 2x - 3, \forall x \in R$ then f^{-1} is –**

यदि $f : R \to R$ एक फलन $f(x) = 2x - 3, \forall x \in R$ द्वारा परिभाषित है तो f^{-1} है। –

(a) $f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$

(b) $f^{-1}(x) = \frac{x+2}{3}$

(c) $f^{-1}(x) = 3x - 2$

(d) f^{-1} does not exist / f^{-1} प्राप्त नहीं होता है।

16. **If $f : R \to R$, is defined by $f(x) = x^2+2$ then (fof) is –**

यदि $f : R \to R$, $f(x) = x^2+2$ द्वारा परिभाषित है तो (fof) है। –

(a) $x^4 + 4x^2 + 6$

(b) $4x^2 + 6$

(c) $x^4 + 6$

(d) $x^4 + 6x^2 + 4$

17. **If $f : R \to R$ is defined by $f(x) = (x+2)$ then (fof) is –**

यदि $f : R \to R$, $f(x) = (x+2)$द्वारा परिभाषित है तो (fof) है।–

(a) $x + 4$

(b) $x + 6$

(c) $x + 8$

(d) $x + 10$

18. **If R be the relation in the set N given by $R=\{(a,b) : a = b - 2 , b > 6\}$, then -**

यदि समुच्चय N पर R एक संबंध है जो $R=\{(a,b) : a = b - 2 , b > 6\}$ द्वारा परिभाषित है तो –

(a) $(2,4) \in R$

(b) $(3,8) \in R$

(c) $(6,8) \in R$

(d) $(8,7) \in R$

19. **If R be the relation in the set N given by $R=\{(a,b) : b = 2a , a > 4\}$, then -**

यदि समुच्चय N पर R एक संबंध है जो $R = \{(a,b) : b = 2a , a > 4\}$, द्वारा परिभाषित है तो –

(a) $(5,10) \in R$

(b) $(10,5) \in R$

(c) $(4,8) \in R$

(d) $(4,10) \in R$

20. **If R be the set of all real numbers , then the function $f : R \to R$ defined by $f(x) = |x|$ is -**

यदि R वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है तथा एक फलन $f : R \to R$, $f(x) = |x|$ द्वारा परिभाषित है तो f है–

(a) one -one only / केवल एकैक

(b) onto only / केवल आच्छादक

(c) neither one - one nor onto / न एकैक न आच्छादक

(d) both one -one and onto / एकैक एवं आच्छादक दोनो

21. **A binary operation $* : A \times A \to A$ is said to be associative if –**

एक द्विआधारी संक्रिया $* : A \times A \to A$ को साहचर्य कहा जाता है यदि –

(a) $(a * b) * c = a * (b * c)$

(b) $(a * b) * c = (a * c) * b$

(c) $(a * b) * c = b * (a * c)$

(d) None of them / इनमें से कोई नहीं।

© JCERT not to be republished

22. **A binary operation * on the set X is called commutative if – (for every a,b ∈ X)**

एक द्विआधारी संक्रिया * किसी समुच्चय X पर क्रम विनिमेय कहलाता है यदि –

(a) a*b = b*a

(b) a*b = a*b

(c) b*a = b*a

(d) None of them / इनमें से कोई नहीं।

अति लघु उत्तरीय प्रश्न (Very Short Question)

2 Marks Question:-

1. **Is the function f:N → N, surjective (onto) where f(x)=2x+3.**

   क्या f:N → N, आच्छादक फलन है? जबकि f(x)=2x+3.

2. **If a function f:R → R defined by f(x) = |x| , x∈R then examine whether the function is one-one or many one.**

   फलन f : R → R को एकैक या बहुएक के लिए जाँचें; जबकि f (x) = |x|, x∈R

3. **Examine whether the function f:R → R, defined by f(x) = x^3, x∈R is one-one?**

   क्या फलन f : R → R एकैक फलन है, जहाँ f(x) = x^3, x∈R?

4. **Examine whether the function f:N→N, where f(x)=3x, x∈N is onto?**

   क्या फलन f:N→N, आच्छादक है, जहाँ f(x)=3x , x ∈ N ?

लघु उत्तरीय प्रश्न (Short Question)

3 Marks Question:-

1. **If f:R → R, g:R → R are two functions such that f(x) = x^2 and g(x) = x^3 then find the functions (fog)(x) and (gof)(x). Are (fog) and (gof) equal functions?**

   यदि f:R → R, g:R → R दो फलन है, जहाँ f(x) = x^2 और g(x) = x^3 तो फलन (fog) तथा (gof) ज्ञात करें। क्या (fog) और (gof) बराबर फलन है?

2. **If f:R → R, be a function defined by f(x)=2x+7, x∈R, define f^{-1}:R → R Also find the value of f^{-1}(3).**

   यदि f:R → R एक फलन है जहाँ f(x)=2x+7, x∈R, तो f^{-1}:R → R परिभाषित करें, एवं f^{-1}(3) का मान ज्ञात करे।

3. **Prove that the function f:R →R is an one-one onto function, where f(x)=2x, x∈R.**

   सिद्ध करें कि फलन f:R →R ,जहाँ f(x)=2x, x∈R एक one-one onto फलन है।

4. **If f:R → R is defined by f(x) = x^2-3x+2 then find the value of f(f(x)) = ?**

   यदि f:R → R एक फलन है, जहाँ f(x) = x^2-3x+2, x∈R तो f(f(x)) का मान निकालें ?

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (Long Question)

5 Marks Question:-

1. **Let us suppose set A={1,2,3}, B={4,5,6,7} and f={(1,4), (2,5), (3,6)}. Prove that f is a function from A to B, which is one-one but not onto?**

   माना कि A={1,2,3}, B={4,5,6,7} और f={(1,4), (2,5), (3,6)}, तो सिद्ध करें कि f , A से B में एक फलन है जो one-one तो है परन्तु onto नहीं ?

2. **Suppose the function f:N → N be defined as follows–**

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & \text{; when n is odd} \\ \frac{n}{2} & \text{; when n is even} \end{cases}$$

then verify whether f is bijective or not?

यदि फलन f:N → N निम्नलिखित रूप से परिभाषित है।

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & \text{; जब n विषम संख्या हैं।} \\ \frac{n}{2} & \text{; जब n सम संख्या हैं।} \end{cases}$$

तो जाँच कर बताएँ कि f, bijective है कि नहीं?

3. **Prove that the function f:R → R, defined by**

$$f(x) = \begin{cases} 1 ; x>0 \\ 0 ; x=0 \\ -1 ; x<0 \end{cases}$$

is neither one-one nor onto function?

सिद्ध कीजिए कि f:R → R,

$$f(x) = \begin{cases} 1 ; \text{यदि } x > 0 \\ 0 ; \text{यदि } x = 0 \\ -1 ; \text{यदि } x < 0 \end{cases}$$

द्वारा प्रदत्त चिह्न फलन न तो एकैकी है और न ही आच्छादक है।

© JCERT not to be republished

Answer:"Relations and Functions"

MCQ Solutions:

1.	(b)	9.	(b)	17.	(a)
2.	(d)	10.	(b)	18.	(c)
3.	(b)	11.	(b)	19.	(a)
4.	(b)	12.	(a)	20.	(c)
5.	(c)	13.	(a)	21.	(a)
6.	(b)	14.	(a)	22.	(a)
7.	(a)	15.	(a)		
8.	(a)	16.	(a)		

Very Short Question (2 Marks Solution)

1. f:N → N such that f(x) = 2x + 3, x ∈ N

Let $y = 2x + 3$

$\Rightarrow 2x = y - 3$

$\Rightarrow x = \frac{y-3}{2}$

if we put y=4 then $x = \frac{4-3}{2} = \frac{1}{2} \notin N$

Thus, $4 \in N$ has no pre-image in N.

⇒ f is not onto.

2. f:R → R s.t; f(x) = |x|, x ∈ R

clearly f(-1) = |-1|

= 1

and f(1) = |1|=1

i.e. f(-1) = 1= f(1)

but -1 ≠ 1

Thus two different elements in R have the same image.

⇒ f is not one-one.

i.e. f is many one.

3. f:R → R, such that $f(x)=x^3$; x ∈ R

Let $f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow x_1^3 = x_2^3$

$\Rightarrow (x_1^3 - x_2^3) = 0$

$\Rightarrow (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) = 0$

$\Rightarrow (x_1 - x_2)\left[\left(x_1 + \frac{x_2}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x_2^2\right] = 0$

$\therefore$ *either*

$x_1 - x_2 = 0$ *or* $\left(x_1 + \frac{x_2}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x_2^2 = 0$

but $\left(x_1 + \frac{x_2}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x_2^2 \neq 0$

$\Rightarrow x_1 = x_2$

⇒ f is a one-one

4.

$f{:}N \longrightarrow N; f(x) = 3x, x \in N$

Let $y = 3x$

$\Rightarrow x = \frac{y}{3}$

if we put $y = 1$ *then* $x = \frac{1}{3} \notin N$

Thus 1∈N has no pre-image in N

⇒ f is not onto

Short Question (3 Marks Solution)

1. $f{:}R \longrightarrow R$, *s.t.*, $f(x) = x^2$ *and*

$g{:}R \longrightarrow R$, *s.t.*, $g(x) = x^3$

$\therefore (fog)(x) = f[g(x)]$

$= f[x^3]$

$= (x^3)^2$

$\Rightarrow (fog)(x) = x^6$ ———— (1)

Again, $(gof)(x) = g[f(x)]$

$= g[x^2]$

$= [x^2]^3$

$\Rightarrow (gof)(x) = x^6$ ———— (2)

from eq^{ns} 1 *and* 2 *we get*

$fog = gof$.

$f{:}R \longrightarrow R$ *such that* $f(x) = 2x + 7, x \in R$

then $f^{-1}{:}R \longrightarrow R$ *will exist*

as f *is an one – one onto function*

Let $y \in R$ *be an image of* $x \in R$

$\therefore f(x) = y$

$\Rightarrow 2x + 7 = y$

$\Rightarrow 2x = y - 7$

2. $\Rightarrow x = \frac{y-7}{2}$

as $f(x) = 2x + 7$

$\Rightarrow f^{-1}(2x + 7) = x$

$\Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{y-7}{2}$

or $f^{-1}(x) = \frac{x-7}{2}$

Thus $f^{-1}{:}R \longrightarrow R$ *such that* $f^{-1}(x) = \frac{x-7}{2}; x \in R$

hence, $f^{-1}(3) = \frac{3-7}{2} = -2$

© JCERT not to be republished

3. f : R→R such that f(x) = 2x, x∈ R

$Let\ f(x_1) = f(x_2);\ where\ x_1, x_2 \in R$

$\Rightarrow 2x_1 = 2x_2$

$\Rightarrow x_1 = x_2$

Thus f is a one-one function over R

$Again,$

$Let\ y = 2x$

$\Rightarrow x = \frac{y}{2}$

$if\ we\ put\ y = 1\ then\ x = \frac{1}{2} \in R$

Thus, y = 1 ∈ R has a pre-image in R

⇒ f is an onto function

hence, we say that f is a one-one onto function.

4. $f:R \longrightarrow R\ such\ that$

$f(x) = x^2 - 3x + 2;\ x \in R$

$\because f(f(x)) = f[f(x)]$

$= f[x^2 - 3x + 2]$

$= (x^2 - 3x + 2)^2 - 3(x^2 - 3x + 2) + 2$

$= (x^4 + 9x^2 + 4 - 6x^3 - 12x + 4x^2) -$

$(3x^2 - 9x + 6) + 2$

$\Rightarrow f[f(x)] = x^4 + 9x^2 + 4 - 6x^3$

$-12x + 4x^2 - 3x^2 + 9x - 6 + 2$

$= x^4 - 6x^3 + (9 + 4 - 3)x^2 + (-12 + 9)x$

$+ (4 - 6 + 2)$

$= x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 3x$

$\Rightarrow f[f(x)] = x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 3x.$

Long Question (5 Marks Solution)

1.

$f:A \longrightarrow B;\ where\ A = \{1,2,3\},\ B = \{4,5,6,7\}$

$such\ that\ f = \{(1,4),(2,5),(3,6)\}$

$clearly,\ f(1) = 4$

$f(2) = 5$

$and\ f(3) = 6$

$\because\ each\ x \in A\ has\ unique\ image\ in\ B$

$under\ the\ function\ f$

$\therefore f\ is\ a\ one - one\ functiion$

$Again,$

$there\ exist\ 7 \in codomain\ 'B'\ such\ that$

$there\ does\ not\ exist\ any\ a \in A$

$ie, 7 \in B\ is\ such\ an\ element\ which\ has\ no\ pre - image\ in\ set\ A$

$\Rightarrow f\ is\ not\ onto$

$hence, f:A \longrightarrow B\ is\ a\ function\ which\ is\ one - one\ but\ not\ onto$

2. $f:N \longrightarrow N\ such\ that,$

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & ;\ n = odd \\ \frac{n}{2} & ;\ n = even \end{cases}$$

$\because$ We have

f(1) = $\frac{1+1}{2}$, as n = 1 = odd

= $\frac{2}{2}$ =1

and f(2) = $\frac{2}{2}$, as n=2=even

= 1

⇒ f(1) = 1= f(2)

but 1 ≠ 2

ie, we get same image for two different elements.

Thus, f is not one-one

ie, f is many-one function

Again,

Let n ∈ N is an arbitrary element.

if n =odd ⇒ (2n-1) is odd

∴ f(2n-1) = $\frac{(2n-1)+1}{2}$

= $\frac{2n}{2}$

⇒ f(2n-1) = n

if n = even ⇒ 2n is even

∴ f(2n) = $\frac{2n}{2}$

⇒ f(2n) = n

Thus, for each n ∈ N there exist its pre-image in N

⇒ f is onto

hence, f is not one-one but onto function

ie, f is not bijective

3. f:R→R; such that

$$f(x) = \begin{cases} 1 & ;\ x>0 \\ 0 & ;\ x=0 \\ -1 & ;\ x<0 \end{cases}$$

∴ f(2) = 1 and f(3) = 1

⇒ f(2) = 1 = f(3)

but 2 ≠ 3

we get same image for different elements

⇒ f is many one

ie, f is not one-one

Again,

2 ∈ codomain such that there exist no element in the domain 'R' for which 2 will becomes image

⇒ f is not onto

also Range (f) = {1,0,-1} ⊂R

⇒ f is not onto

hence, f is neither one-one nor onto fuction.

© ICERT not to be republished